

# GOTOWOŚĆ WOJSKOWYCH STATKÓW POWIETRZNYCH JAKO ELEMENT ZAPEWNIENIA BEZPIECZEŃSTWA MILITARNEGO PAŃSTWA

## READINESS OF MILITARY AIRCRAFT AS AN ELEMENT OF ENSURING NATIONAL MILITARY DEFENCE

Szymon Mitkow<sup>1</sup>

WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA,  
WYDZIAŁ LOGISTYKI

**Streszczenie:** O bezpieczeństwie militarnym państwa decyduje przede wszystkim potencjał posiadanych sił zbrojnych. Ich integralnym elementem oraz determinantem skuteczności i efektywności jest obrona powietrzna. Poziom jej zdolności bojowej decyduje o powodzeniu działań realizowanych na gruncie ochrony przestrzeni powietrznej. Konieczne jest ciągle doskonalenie tego systemu i jego rozwój w odniesieniu zarówno do całych sił zbrojnych, jak i pojedynczych baz lotniczych. Wsparciem procesu dowodzenia mogą być metody i narzędzia matematyczne, stanowiące uzupełnienie wiedzy i doświadczenia dowódców. Przykład ich zastosowania przedstawiono w niniejszym artykule, gdzie zaproponowano metodę badania gotowości statków powietrznych z wojskowej bazy lotniczej w oparciu o model Markowa, prezentując jednocześnie możliwość jego wykorzystania w skomplikowanych systemach wojskowych.

**Abstract:** Potential of Armed Forces are decided about national military defence system. Internal element and determinant effectiveness and efficiency is air defence. Level of combat capability of air defence determines the success of activities. Necessary is continual improvement of the system and its development. The command process can be supported by mathematical methods and tools which complement the knowledge and experience of the Commanders. An example of their use is presented in this article where the method of testing the readiness of combat aircraft from air base based on a Markov model.

**Słowa kluczowe:** gotowość statków powietrznych, bezpieczeństwo militarne państwa, modele Markowa.

**Keywords:** aircraft reliability, military security of the state, Markov models.

---

<sup>1</sup> płk dr hab. Szymon Mitkow, prof. WAT, Dziekan Wydziału Logistyki, Wojskowa Akademia Techniczna; e-mail: dziekan.wlo@wat.edu.pl.

Szymon Mitkow, Dean of Faculty of Logistics, Military University of Technology; e-mail: dziekan.wlo@wat.edu.pl.

## Wstęp

Wstąpienie Polski do NATO oraz Unii Europejskiej stało się przyczyną głębokich przemian ustrojowych, mających miejsce na wielu płaszczyznach zarówno gospodarczych, ekonomicznych, jak i militarnych. Zapoczątkowana wówczas restrukturyzacja sił zbrojnych, szczególnie w aspekcie technicznej modernizacji czy doskonalenia struktur dowodzenia<sup>2</sup>, jest procesem permanentnym, sprzyjającym osiągnięciu coraz wyższej zdolności obronnej naszego państwa. Integralnym elementem Sił Zbrojnych oraz determinantem ich skuteczności i efektywności jest obrona powietrzna<sup>3</sup>. Poziom jej zdolności bojowej, posiadane wyposażenie oraz uzbrojenie decyduje o powodzeniu działań realizowanych na gruncie ochrony przestrzeni powietrznej zarówno naszego kraju, jak i innych państw NATO, w ramach sojuszniczych porozumień<sup>4</sup>. Jednocześnie konieczne jest ciągłe doskonalenie tego systemu i jego rozwój, uwzględniający elementy operacyjno-taktyczne, organizacyjne i techniczne, powodujące wzrost zdolności bojowych oraz skuteczności w odpowiedzi na pojawiające się w przestrzeni powietrznej zagrożenia. Chociaż działania takie muszą być prowadzone przede wszystkim na poziomie strategicznym, obejmującym całe siły zbrojne, to gwarancją sukcesu jest współdziałanie na wszystkich szczeblach. Powodzenie przyjętej strategii wymaga gotowości wszystkich jednostek wojskowych do realizacji zadań. Jej wyznacznikiem jest stopień przygotowania zarówno żołnierzy<sup>5</sup>, jak i zasobów, co składa się na gotowość pojedynczej bazy lotniczej. Dlatego na poziomie taktycznym ważne jest kształtowanie gotowości statków powietrznych zapewniające niezbędne siły i środki do realizacji zadań. Wsparciem procesu dowodzenia mogą być metody i narzędzia matematyczne, stanowiące uzupełnienie wiedzy i doświadczenia dowódców, szczególnie takie, które umożliwiają scharakteryzowanie posiadanego systemu eksploatacji wyrażone gotowością posiadanych obiektów technicznych<sup>6,7</sup>, w tym przypadku statków powietrznych.

<sup>2</sup> A. Borucka, *Funkcjonowanie wojskowych oddziałów gospodarczych w nowym systemie logistycznym sił zbrojnych*, „Logistyka”, 6/2013, s. 39-48.

<sup>3</sup> A. Radomyski, *Współczesne determinanty bezpieczeństwa powietrznego państwa*, 2018, s. 65-80.

<sup>4</sup> M. El Ghamari, *Ochrona cyberprzestrzeni – wyzwanie naszych czasów?*, „Bezpieczeństwo i Technika Pożarnicza”, 2018 (1) 49, s. 24-33.

<sup>5</sup> A. Borucka, M. Wielgosik, *Istota i znaczenie służby przygotowawczej i szkolenia rezerw*, „Systemy Logistyczne Wojsk”, 45/2016, s. 51-66.

<sup>6</sup> A. Borucka, *Three-state Markov model of using transport means*, Proceedings of the 18th International Scientific Conference, Business Logistics in Modern Management, Croatia 2018, s. 3-19.

<sup>7</sup> J. Żurek, J. Ziółkowski, A. Borucka, *Application of Markov processes to the method for analysis of combat vehicle operation in the aspect of their availability and readiness*, 2017, s. 2343-2352.

## 1. Metoda badania

Jeżeli analizowane procesy eksploatacji są procesami losowymi, możliwe jest zastosowanie teorii procesów stochastycznych<sup>8</sup>. W kolejnych chwilach czasu analizowany obiekt może znajdować się w różnych stanach eksploatacyjnych, a w każdym z nich istnieje możliwość sterowania analizowanym procesem i tym samym wpływania na jego przebieg, a w konsekwencji na gotowość obiektów technicznych i systemu jako całości<sup>9</sup>. W artykule zaprezentowano model, który został stworzony, aby ocenić poziom gotowości statków powietrznych (SP), dokonać analizy stanów zdadności i niezadności, w jakich przebywają oraz poszukiwać obszarów pozwalających na korektę realizowanych procesów, jeśli jest możliwa.

Zastosowanie w takich analizach znajdują procesy Markowa i semi-Markowa. Ich wykorzystanie wymaga jednak spełnienia pewnych założeń. Należy do nich w pierwszej kolejności założenie o braku pamięci procesu. Jest to własność oznaczająca, że warunkowy rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $X_{n+1}$  zależy wyłącznie od rozkładu prawdopodobieństwa jednej ze zmiennych losowych  $X_n$ , a nie zależy od całej przeszłości, czyli od wartości, jakie proces przyjmował w stanach  $i_1, i_2, \dots, i_{n-1}$ <sup>10</sup>. Prawdopodobieństwa warunkowe  $p_{ij} : P(X_{n+1} = j \mid X_n = i) = p_{ij}$  nazywa się prawdopodobieństwami przejścia ze stanu  $i$  w chwili  $n$  do stanu  $j$  w chwili  $n + 1$ .

Kolejną ważną własnością procesów Markowa jest postać rozkładów średnich czasów trwania poszczególnych stanów eksploatacyjnych, które muszą mieć rozkład wykładniczy. W przeciwnym wypadku nie ma możliwości zastosowania procesów Markowa i konieczna jest estymacja modelu z wykorzystaniem procesów semi-Markowa, dla których postać tych rozkładów może być dowolna.

Ponadto, ze względu na fakt, że opis rzeczywistych systemów wymaga zastosowania pewnych uproszczeń, konieczne jest przyjęcie matematycznych założeń w modelowaniu. Zakłada się, że statek powietrzny w każdej chwili czasu znajduje się tylko w jednym z możliwych stanów eksploatacyjnych, zbiór tych stanów jest dyskretny i skończony, nie ma stanów nieustalonych, a chwile czasu ich zmiany są mierzalne.

Ważną charakterystyką procesu Markowa są jego własności graniczne. Pozwalają one nie tylko dokonać oceny zachowania systemu w długim przedziale czasu, ale również umożliwiają wyznaczenie współczynnika gotowości technicznej, jako sumy odpowiednich prawdopodobieństw granicznych stanów niezawodnościowych<sup>11</sup>.

<sup>8</sup> J. Żurek, J. Ziółkowski, A. Borucka, *Research of automotive vehicles operation process using the Markov model*, Safety and Reliability. Theory and Applications, ESREL 2017, s. 2353-2362.

<sup>9</sup> A. Borucka, *Application of ARIMA Models for the Analysis of Utilization Process of Military Technical Objects*, „Logistyka i Transport”, 1(37), 2018, s. 13-22.

<sup>10</sup> F. Grabski, J. Jaźwiński, *Funkcje o losowych argumentach w zagadnieniach niezawodności, bezpieczeństwa i logistyki*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 2009

<sup>11</sup> A. Iwanik, J. K. Misiewicz, *Wykłady z procesów stochastycznych z zadaniami*, cz. 1, Procesy Markowa, SCRIPT, Warszawa 2015.

Podmiotem badania w niniejszym artykule jest baza lotnicza. Analizie poddano zgromadzone na przestrzeni 2017 i 2018 roku pomiary, które dotyczyły czynności realizowanych przez statki powietrzne, będące na wyposażeniu tej bazy. Udostępnione dane dotyczyły kilkunastu różnych aktywności, na podstawie których wyróżniono cztery stany eksploatacyjne, przedstawione w poniższej tabeli (tab. 1).

Tabela 1. Wyróżnione dla badanych obiektów technicznych stany eksploatacyjne

Stan eksploatacyjny	Realizowana funkcja
Stan S1 – realizacja zadania – lot	Statek powietrzny realizuje zadanie, do którego został przeznaczony. Jest to lot. Stan ten zawiera w sobie także lot weryfikacyjny i kontrolny <sup>12</sup> .
Stan S2 – obsługiwane SP	Statek powietrzny zostaje poddany zabiegom obsługi wynikającym przede wszystkim z jego przygotowania do wykonywania zadania. Realizowane są czynności kontrolno-naprawcze, mające przygotować statek powietrzny do lotu. Obejmują przygotowanie SP przez technika oraz próby przed wylotem (próba na ziemi; próba w zawisie), a także tankowanie SP.
Stan S3 – gotowość SP	Stan, w którym statek powietrzny jest sprawdzony i gotowy pod względem technicznym do lotu i oczekuje na realizację zadania (pierwszego lub kolejnego).
Stan S4 – garażowanie	Po wykonanej obsłudze, zakańczającej wykonywanie zadań w danym dniu statek powietrzny jest przekazywany do hangaru w celu realizacji procesu garażowania.

Źródło: opracowanie własne na podstawie dokumentacji udostępnionej przez bazę lotniczą

Tak sformułowane stany poddano szczegółowej analizie statystycznej. W pierwszej kolejności sprawdzano tzw. brak pamięci procesu oznaczający, że prawdopodobieństwo przejścia do dowolnego danego stanu w chwili  $t + 1$  zależy wyłącznie od stanu w chwili  $t$ , natomiast nie zależy od stanów w chwilach wcześniejszych. W tym celu wykorzystano nieparametryczny test Kruskala–Wallisa sprawdzający, czy prawdopodobieństwo przejścia do danego stanu zależy od poprzedniego stanu oraz od długości czasu spędzonego w poprzednim stanie. Uzyskano satysfakcjonujące wyniki oznaczające, że taka zależność nie istnieje. Zostały przedstawione w tabeli 2.

W następnej kolejności podjęto próbę dopasowania rozkładów średnich czasów trwania poszczególnych stanów do znanych rozkładów teoretycznych, w tym celu sprawdzono dopasowanie do kilku rodzin, a mianowicie rozkładów lognormalnych, wykładniczych, Weibulla oraz normalnych. Za kryterium dopasowania uznano wartość wskaźnika Akaikego. Wyniki prezentuje tabela 3.

<sup>12</sup> A. Borucka, *Model of the operation process of aircraft in the transport system*, Proceedings of the ICTTE International Journal for Traffic and Transport Engineering Conference, Serbia, 2018, s. 22-30.

Tabela 2. Wyniki testu Kruskala–Wallisa uzyskane dla poszczególnych stanów eksploatacyjnych

Stan eksploatacyjny		Obliczona wartość statystyki testu Chi kwadrat	Wartość $p$
S1	Realizacja zadania – lot	1,3349	0,2479
S2	Obsługiwanie SP	0,9065	0,6356
S3	Gotowość SP	0,4905	0,4837

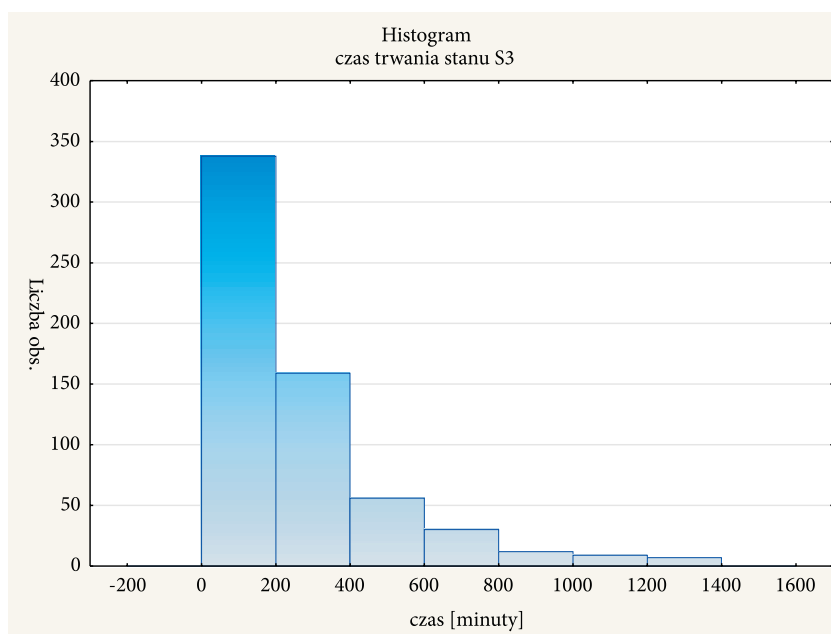
Źródło: opracowanie własne

Tabela 3. Wartość wskaźnika Akaikiego dla poszczególnych rozkładów czasów trwania stanów

Rodzina rozkładów	Stany eksploatacyjne/wskaźnik Akaikiego			
	S1	S2	S3	S4
Lognormalne	5540,4549	5533,4098	8158,0512	4034,8572
Wykładnicze	5447,1405	5471,4923	7985,9137	4001,8764
Weibulla	5448,9194	5473,1867	7987,7593	4003,8152
Normalne	5967,1899	5881,4945	8502,4877	4223,8429

Źródło: opracowanie własne

Na podstawie badania ustalono, że rozkłady są wykładnicze. Przykładowy wykres dla stanu S3 zaprezentowano na rysunku 1.



Rys. 1. Histogram czasu trwania stanu S3

Źródło: opracowanie własne

Następnie wyznaczono podstawowe miary statystyk opisowych dla analizowanych stanów eksploatacyjnych, które przedstawiono w tabeli 4.

Tabela 4. Wartości podstawowych miar statystyki opisowej

Statystyki opisowe							
Zmienna	Liczba obserwacji	Średnia [minuty]	Mediana [minuty]	Minimum [minuty]	Maksimum [minuty]	Odch. Std. [minuty]	Wsp. zmien. [%]
Stan S1	572	43	39	6	317	44	103
Stan S2	497	91	84	10	543	90	99
Stan S3	611	253	177	5	1396	253	100
Stan S4	252	1062	711	60	6992	1082	101

Źródło: opracowanie własne

Zebrane dane charakteryzuje duża zmienność, wynikająca z różnorodności wykonywanych zadań. Średnia i mediana różnią się między sobą, we wszystkich przypadkach mediana jest mniejsza od wartości średniej, co jest charakterystyczne dla rozkładów wykładniczych.

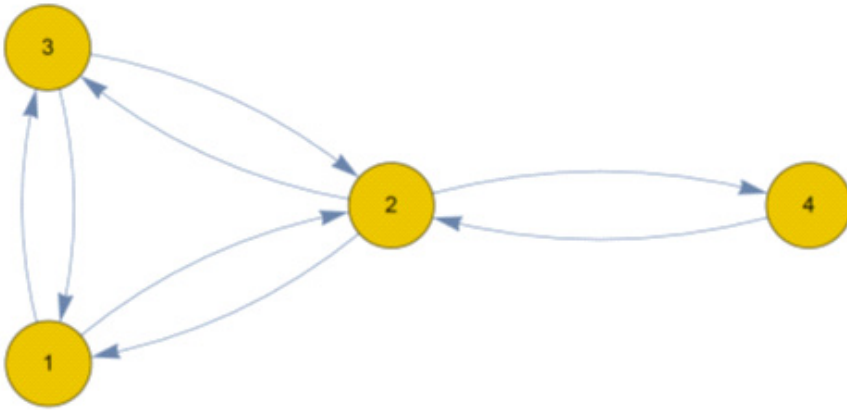
## 2. Estymacja modelu Markowa

Ważną charakterystyką procesów Markowa jest macierz prawdopodobieństw przejść poszczególnych stanów procesu, której wyznaczenie wymaga w pierwszej kolejności określenia przejść zabronionych. Z definicji łańcucha Markowa wynika, że prawdopodobieństwa te są stałe. Oznacza się je jako  $p_{ij}$ . W analizowanym przypadku dozwolone przejścia zostały wyznaczone w oparciu o empiryczne zmiany stanów. Jeżeli w całym procesie przejścia ze stanu  $S_i$  do stanu  $S_j$  miały miejsce, uznano je za przejścia dozwolone i oznaczono 1, w przeciwnym wypadku – za zabronione i oznaczono 0. Otrzymane wyniki prezentuje tabela 5 oraz graf przejść, przedstawiony na rysunku 2.

Tabela 5. Macierz prawdopodobieństw przejść procesu Markowa

Stan eksploatacyjny		Macierz prawdopodobieństw przejść			
		S1	S2	S3	S4
S1	Realizacja zadania – lot	0	1	1	0
S2	Obsługiwanie SP	1	0	1	1
S3	Gotowość SP	1	1	0	0
S4	Garażowanie SP	0	1	0	0

Źródło: opracowanie własne



Rys. 2. Graf przejść dozwolonych badanego procesu

Źródło: opracowanie własne

Z analizy macierzy przejść dozwolonych wynika, że relacja S4–S2 jest zdeterminowana. Oznacza, że każdorazowo po zakończeniu garażowania musi mieć miejsce obsługa statku powietrznego. Dlatego też pozostałe przejścia ze stanu S4 nie są dozwolone. Zabronione jest także przejście ze stanu S1 do S4, co wynika z konieczności przeprowadzenia obsługi po zakończonym locie, przed odstawieniem samolotu do hangaru. Pozostałe przejścia są dozwolone. W następnej kolejności obliczono wartości poszczególnych elementów macierzy prawdopodobieństw, jako częstości przejść ze stanu  $S_i$  do stanu  $S_j$ . Wyniki zaprezentowano w tabeli 6.

Tabela 6. Macierz prawdopodobieństw przejść wyróżnionych stanów eksploatacyjnych

Stan eksploatacyjny		Macierz prawdopodobieństw przejść			
		S1	S2	S3	S4
S1	Realizacja zadania – lot	0	0,12	0,88	0
S2	Obsługiwanie SP	0,29	0	0,21	0,50
S3	Gotowość SP	0,71	0,29	0	0
S4	Garażowanie SP	0	1,00	0	0

Źródło: opracowanie własne

Ważną charakterystyką łańcucha Markowa są jego własności graniczne. Pokazują one, jak zachowuje się proces po długim okresie czasu (teoretycznie przy  $n \rightarrow \infty$ ). Ich obliczenie wymaga rozwiązania równania (1), które w postaci macierzowej przyjmuje postać:

$$\Pi^T P = \Pi^T \Leftrightarrow (\mathbf{P}^T - \mathbf{I}) \cdot \Pi = 0 \quad (1)$$

oraz uwzględnienia warunku normalizacji (2):

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1 \quad (2)$$

Dla badanego procesu, dla modelu 4-stanowego, wyznaczenie prawdopodobieństw stacjonarnych  $\pi_j$  wymagało zatem rozwiązania następującego równania macierzewego:

$$\begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & p_{13} & 0 \\ p_{21} & 0 & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & 0 & 0 \\ 0 & p_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

Z warunkiem normalizacji:

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1 \quad (4)$$

Co jest równoważne układowi następujących równań:

$$\begin{cases} \pi_2 \cdot p_{12} + \pi_3 \cdot p_{13} = \pi_1 \\ \pi_1 \cdot p_{21} + \pi_3 \cdot p_{23} + \pi_4 \cdot p_{24} = \pi_2 \\ \pi_1 \cdot p_{31} + \pi_2 \cdot p_{32} = \pi_3 \\ \pi_2 \cdot p_{42} = \pi_4 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1 \end{cases} \quad (5)$$

Obliczeń dokonano równoległe w programie Statistica i Excel, otrzymując takie same wyniki, przedstawione w tabeli 7.

Tabela 7. Prawdopodobieństwa graniczne łańcucha Markowa

Stan eksploatacyjny		$\pi_j$
S1	Realizacja zadania – lot	0,30
S2	Obsługiwanie SP	0,26
S3	Gotowość SP	0,32
S4	Garażowanie SP	0,13

Źródło: opracowanie własne



Obliczone prawdopodobieństwa ergodyczne łańcucha Markowa wyznaczają graniczne częstości przebywania systemu w poszczególnych stanach eksploatacyjnych. Ponieważ proces jest częściowo zdeterminowany i pewne sekwencje czynności ze względu na bezpieczeństwo lotów muszą być zachowane, prawdopodobieństwa obliczone dla stanów S1, S2 i S3 są zbliżone.

Otrzymane wyniki pokazują, że największa częstość dotyczy stanu gotowości i wynosi 32%. Oznacza to, że ponad 1/3 wszystkich obserwacji stanowi pobyt statków powietrznych w stanie gotowości do wykonywania zadania, co jest dość dużą wartością, niemal równą występowaniu stanu lotu, które wynosi 30%. 26% obserwacji stanowią czynności związane z obsługą SP, co jest koniecznym elementem przed przystąpieniem do wykonywania zadania.

Obliczone prawdopodobieństwa dla łańcucha Markowa nie oddają jednak w pełni charakterystyki procesu. Ważniejszym parametrem będą prawdopodobieństwa graniczne, wyznaczone dla procesu Markowa, dlatego konieczne jest kontynuowanie analiz w czasie ciągłym, co pozwoli na uwzględnienie wartości oczekiwanej długości czasów trwania poszczególnych stanów<sup>13</sup>. W tym celu niezbędne jest obliczenie wartości macierzy intensywności przejść  $\Lambda$ , której wartości poszczególnych elementów dla jednorodnych procesów Markowa są stałe i równe odwrotności wartości oczekiwanej warunkowego czasu trwania stanu  $S_i$  przed  $S_j$  (6). Natomiast intensywności  $\lambda_{ii} \leq 0$  dla  $i = j$  definiuje się jako dopełnienie sumy intensywności przejść ze stanu  $S_i$  dla  $i \neq j$  do 0.

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{E(t_{ij})} \quad (6)$$

W pierwszej kolejności obliczono średnie warunkowe czasy trwania poszczególnych stanów. Otrzymane wyniki, wyrażone w godzinach, przedstawiono w tabeli. 8.

Tabela 8. Średnie warunkowe czasy trwania poszczególnych stanów eksploatacyjnych [h]

Stan eksploatacyjny		Średni czas przebywania [h]			
		S1	S2	S3	S4
S1	Realizacja zadania – lot		0,69	0,72	
S2	Obsługiwanie SP	1,53		1,47	1,53
S3	Gotowość SP	4,16	4,36		
S4	Garażowanie SP		17,72		

Źródło: opracowanie własne

<sup>13</sup> A. Borucka, *Markov models in the analysis of the operation process of transport means*, Proceedings of the ICTTE International Journal for Traffic and Transport Engineering Conference, Belgrad, 2018, s. 1073-1082.

Na tej podstawie, zgodnie ze wzorem (6), obliczono wartości intensywności poszczególnych elementów macierzy intensywności przejść procesu Markowa. Wyniki przedstawiono w tabeli 9.

Tabela 9. Macierz intensywności przejść wyróżnionych stanów eksploatacyjnych

Stan eksploatacyjny		Macierz intensywności przejść [1/h]			
		S1	S2	S3	S4
S1	Realizacja zadania – lot	-2,8316	1,4426	1,3890	0,0000
S2	Obsługiwanie SP	0,6544	-1,9855	0,6791	0,6520
S3	Gotowość SP	0,2405	0,2295	-0,4699	0,0000
S4	Garażowanie SP	0,0000	0,0564	0,0000	-0,0564

Źródło: opracowanie własne

W analizowanym przypadku, dla badanego systemu eksploatacji statków powietrznych, najważniejszą charakterystyką są prawdopodobieństwa ergodyczne  $p_j$  procesu Markowa. Dla czasu ciągłego ich określenie wymaga rozwiązania względem prawdopodobieństw granicznych  $p_j$  równania:

$$\Pi^T \Lambda = 0 \quad (7)$$

gdzie:  $\Pi^T = [p_j]^T = [p_1, \dots, p_4]$  jest transponowanym (wierszowym) wektorem prawdopodobieństw granicznych  $p_j$  stanów  $S_j$  numer  $j \in \{1, \dots, 4\}$

Z uwzględnieniem warunku normalizacji:

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1 \quad (8)$$

Po podstawieniu do powyższego równania (7) dla badanego procesu otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} -\lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & 0 \\ \lambda_{21} & -\lambda_{22} & \lambda_{23} & \lambda_{24} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & -\lambda_{33} & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 & \lambda_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

Co sprowadza się do rozwiązania następującego układu równań:

$$\begin{cases} -\lambda_{11} \times p_1 + \lambda_{12} \times p_2 = 0 \\ \lambda_{21} \times p_1 - \lambda_{22} \times p_2 + \lambda_{23} \times p_3 + \lambda_{24} \times p_4 = 0 \\ \lambda_{31} \times p_1 + \lambda_{32} \times p_2 - \lambda_{33} \times p_3 = 0 \\ \lambda_{42} \times p_2 - \lambda_{44} \times p_4 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1 \end{cases} \quad (10)$$

Otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli 10.

Tabela 10. Prawdopodobieństwa graniczne  $p_j$  przebywania systemu eksploatacji samochodów Star w stanach S1-S4 w czasie fizycznym ciągłym

Stan eksploatacyjny	S1	S2	S3	S4
	Realizacja zadania – lot	Obsługiwanie SP	Gotowość SP	Garażowanie SP
$p_j$	0,029	0,063	0,179	0,728
$p_j \%$	3,0	6,3	17,9	72,8

Źródło: opracowanie własne

Obliczone wartości  $P_j$  są granicznymi prawdopodobieństwami określającymi, że w dłuższym okresie eksploatacji ( $t \rightarrow \infty$ ) system będzie przebywał w danym stanie eksploatacyjnym. W tym przypadku największe prawdopodobieństwo dotyczy stanu S4 – garażowanie i wynosi prawie aż 73%. Wysoka wartość prawdopodobieństwa (niemal 18%) dotyczy także stanu S3 – gotowość. Takie wyniki oznaczają, że przez prawie 91% czasu statki powietrzne są w gotowości do wykonania zadania, a nie są wykorzystywane. Loty stanowią zaledwie 3%, a zabiegi obsługi niewiele ponad 6%.

Taki wynik jest jednak dość zrozumiały dla wojskowych systemów eksploatacji, w których zapewnienie właściwego poziomu bezpieczeństwa wymaga dużej nadmiarowości systemów. Zadaniem sił zbrojnych jest szkolić się i przygotowywać na czas konfliktu, zatem utrzymywane zasoby również odnoszą się do tego stanu. Odpowiednia rezerwa jest zatem w pełni usprawiedliwiona i pożądana.

Zastosowanie modeli Markowa pozwoliło na osiągnięcie ciekawych wyników. W ramach przyszłych badań warto rozważyć jednak również zastosowanie innych metod, które mogą być użyteczne w takich analizach, np. prognozowanie na podstawie szeregów czasowych (modele regresji<sup>14</sup>, modele ARMA, ARIMA<sup>15, 16</sup>)

<sup>14</sup> A. Świderski, A. Borucka, P. Skoczyński, *Characteristics and Assessment of the Road Safety Level in Poland with Multiple Regression Model*, Transport Means 2018, Proceedings of the 22nd International Scientific Conference, part I, Lithuania 2018, s. 92-97.

<sup>15</sup> A. Borucka, *Application of ARIMA Models for the Analysis of Utilization Process of Military Technical Objects*, „Logistyka i Transport”, 1(37), 2018, s. 13-22.

<sup>16</sup> A. Borucka, *Risk Analysis of Accidents in Poland Based on ARIMA Model*, Transport Means 2018, Proceedings of the 22nd International Scientific Conference, part I, Lithuania, 2018.

czy np. wykorzystanie analizy wariancji Anova do sprawdzenia istotnych czynników wpływających na poziom zdadności SP zależnych np. od warunków pogodowych<sup>17</sup>.

## Zakończenie

Na bezpieczeństwo państwa wpływa wiele elementów, których zadaniem jest ochrona i obrona zarówno obywateli, jak i obiektów. Jednym z nich jest obrona przeciwlotnicza, szczególnie istotna w czasach, kiedy skala zagrożenia powietrznego i jego zasięg stale rosną<sup>18</sup>. Wymaga ona dobrej organizacji i sprawnego funkcjonowania całego systemu, którego celem jest zapewnienie suwerenności granic powietrznych, eliminowanie zagrożenia powietrznego oraz zmniejszanie ryzyka związanego z jego wystąpieniem. W ujęciu militarnym obrona przeciwlotnicza jest utożsamiana ze zbiorem elementów, których działania zmierzają do osłony różnej klasy obiektów przed zagrożeniami powietrznymi oraz wszelkich relacji, w jakie te elementy wchodzić podczas prowadzenia walki<sup>19</sup>. Sprawność i prawidłowość funkcjonowania całego systemu obrony przeciwlotniczej jest zatem zależna od gotowości i skuteczności wszystkich jej składowych, a przede wszystkim statków powietrznych. Dlatego zarówno na etapie projektowania, kontrolowania, jak i ulepszenia systemu niezbędną jest wiedza o aktualnym stanie i kondycji posiadanych obiektów, jak również o poziomie ich niezawodności i zdadności. Pomocne w ich określaniu, obok wiedzy i doświadczenia dowódców, mogą być metody i narzędzia matematyczne, wspierające ich działalność.

W artykule zaprezentowano możliwość zastosowania jednego z takich narzędzi, jakim jest modelowanie za pomocą procesów Markowa, mających zastosowanie do opisu procesów losowych, do których niewątpliwie należą zadania realizowane przez statki powietrzne. Na podstawie danych udostępnionych przez jedną z baz lotniczych, dotyczących eksploatacji samolotów, dokonano oceny systemu eksploatacji i prognozowania w obszarze wykorzystania SP. Przeprowadzone badanie umożliwiło ocenę funkcjonującego systemu i wskazanie jego cech charakterystycznych, a przede wszystkim długich przebywań w stanie garażowania. Chociaż jest to wynik dość typowy dla wojskowych systemów eksploatacji obiektów technicznych i ich zrozumiałej nadmiarowości (rezerwy) związanej z przygotowaniem na czas wojny, to warto rozważyć, czy w przypadku tej bazy nadmiarowość ta nie jest zbyt duża.

<sup>17</sup> A. Świderski, A. Borucka, I. Jacyna-Golda, E. Szczepański, *Wear of brake system components in various operating conditions of vehicle in the transport company*, „Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability”, 1(21), 2019.

<sup>18</sup> A. Radomyski, *Współczesne determinanty bezpieczeństwa powietrznego państwa*, „Historia i Polityka” 25 (32), 2018, s. 65-80.

<sup>19</sup> A. Radomyski, *Podstawy obrony powietrznej*, Wydawnictwo AON, Warszawa 2015.

Zasadniczym celem artykułu było pokazanie, że możliwe jest zastosowanie modelowania matematycznego w zakresie oceny i kształtowania bezpieczeństwa militarnego państwa. Opracowany model pozwala na ocenę gotowości obiektów wojskowych, a docelowo na analizę obszarów umożliwiających jej zwiększenie. Taka wiedza dotycząca realizowanych przez obiekty techniczne czynności, a także możliwość ich wiarygodnego prognozowania, jest istotna zarówno dla dowódców, jak i dla komponentu logistycznego, odpowiedzialnego za wsparcie i zabezpieczenie realizowanych działań, zarówno bojowych, szkoleniowych, jak i gospodarczych. Jest to gwarancją ciągłości zaopatrywania, zapewnienia jej jakości i pewności oraz systematycznego odtwarzania zapasów.

Budowa prawidłowej architektury systemów związanych z obronnością i bezpieczeństwem państwa, zarówno wojskowych, jak i innych służb (np. straży pożarnej<sup>20</sup>, ratownictwa medycznego), w których od sprawnej i terminowej realizacji zadań zależy bezpieczeństwo, zdrowie i życie ludzi, jest niewątpliwie kwestią bardzo ważną i pożądaną, wartą wspierania wszelkimi możliwymi – także matematycznymi metodami.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] BORUCKA A., *Funkcjonowanie wojskowych oddziałów gospodarczych w nowym systemie logistycznym sił zbrojnych*, „Logistyka”, 6/2013, s. 39-48.
- [2] BORUCKA A., *Model of the operation process of aircraft in the transport system*, Proceedings of the ICTTE International Journal For Traffic And Transport Engineering Conference, Serbia, 2018, s. 22-30.
- [3] EL GHAMARI M., *Ochrona cyberprzestrzeni – wyzwanie naszych czasów?*, „Bezpieczeństwo i Technika Pożarnicza”, 2018, (1)49, s. 24-33.
- [4] FILIPOWICZ B., *Modele stochastyczne w badaniach operacyjnych, analiza i synteza systemów obsługi i sieci kolejkowych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1996.
- [5] GLEN A., *Podstawy poznawcze bezpieczeństwa powietrznego państwa*, AON, Warszawa 2013.
- [6] GRABSKI F., *Concept od semi-Markov process*, Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej 2016, 3(206), s. 25-36.
- [7] GRABSKI F., JAŻWIŃSKI J., *Funkcje o losowych argumentach w zagadnieniach niezawodności, bezpieczeństwa i logistyki*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, 2009.
- [8] IWANIK A., MISIEWICZ J.K., *Wykłady z procesów stochastycznych z zadaniami*, cz. 1, *Procesy Markowa*, SCRIPT, Warszawa 2015.
- [9] MIKOSZ B., BORUCKA A., *Organizacja gospodarki odpadami w siłach zbrojnych na tle zmian militarnych i nowych wyzwań stawianych polskiej armii*, *Archiwum Gospodarki Odpadami i Ochrony Środowiska*, 8/2008, Politechnika Śląska, s. 1-12.
- [10] MITKOW SZ., BORUCKA A., *Mathematical model of travel times related to a transport congestion: an example of the capital city of Poland – Warsaw*, Proceedings of the 18th International Scientific Conference, Business Logistics In Modern Management, Croatia 2018, s. 501-526.

<sup>20</sup> A. Borucka, *Forecasting of fire risk with regard to readiness of rescue and fire-fighting vehicles*, *Interdisciplinary Management Research XIV*, Croatia, 2018, s. 397-395.

- [11] RADOMYSKI A., *Podstawy obrony powietrznej*, Wydawnictwo AON, Warszawa 2015.
- [12] RADOMYSKI A., *Współczesne determinanty bezpieczeństwa powietrznego państwa*, „Historia i Polityka”, 25 (32), 2018, s. 65-80.
- [13] ŚWIDERSKI A., BORUCKA A., *Mathematical Analysis of Factors Affecting the Road Safety in Selected Polish Region*, Transport Means 2018, Proceedings of the 22nd International Scientific Conference part II, Lithuania, 2018, s. 651-654.
- [14] ŚWIDERSKI A., BORUCKA A., SKOCZYŃSKI P., *Characteristics and Assessment of the Road Safety Level in Poland with Multiple Regression Model*, Transport Means 2018, Proceedings of the 22nd International Scientific Conference part I, Lithuania, 2018, s. 92-97.
- [15] TOMASZEWSKI A., *Obronność w teorii i praktyce*, [w:] A. Polak, K. Krakowski (red.), *Obronność jako dyscyplina naukowa*, AON, Warszawa 2015.
- [16] WIELGOSIK M., BORUCKA A., *Istota i znaczenie służby przygotowawczej i szkolenia rezerw*, „Systemy Logistyczne Wojsk”, 45/2016, s. 51-66.
- [17] ZAŁĘSKI K., *Terroryzm powietrzny – wyzwaniem dla lotnictwa i jego zagrożeniem*, Kwartalnik Bellona, nr 2, Warszawa 2012, s. 7-20.
- [18] ŻUREK J., ZIÓŁKOWSKI J., BORUCKA A., *A method for determination of combat vehicles availability by means of statistic and econometric analysis*, Safety and Reliability. Theory and Applications, ESREL 2017, s. 2925-2934.